

**О.В. КАЗАК**, аспирант, ДонНУ, Донецк;

**А.Н. СЕМКО**, д-р техн. наук, проф., ДонНУ, Донецк

## **ОСОБЕННОСТИ ЭЛЕКТРОВИХРЕВОГО ДВИЖЕНИЯ РАСПЛАВА В СТАЛЕПЛАВИЛЬНЫХ ПЕЧАХ ПОСТОЯННОГО ТОКА С ПОДОВЫМ ЭЛЕКТРОДОМ**

У рамках моделі магнітної гідродинаміки вивчені електровихрові течії у дугових пічках постійного струму з подовим електродом. Показано, що сила Лоренца відіграє визначну роль у виникненні вихрового руху розплаву й підвищеного зносу футеровки в пічці поблизу подового електрода.

В рамках модели магнитной гидродинамики исследованы электровихровые течения в дуговых сталеплавильных печах постоянного тока с подовым электродом. Показано, что сила Лоренца играет определяющую роль в возникновении вихревого движения расплава и повышенного износа футеровки печи вблизи подового электрода.

The electro vortex movement in DC arc furnace with bottom electrode is studied under magneto hydrodynamic model. It is shown, that Lorentz force take the main role in electro vortex flows appears end increase wearing of fettle right near the bottom electrode.

**Введение.** В последнее время в металлургии все большее распространение получают дуговые печи постоянного тока с подовыми электродами (ДСПТ). На данный момент в мировом производстве печи постоянного тока составляют около 70% от общего количества новых электросталеплавильных печей [1]. ДСПТ успешно работают на целом ряде промышленных предприятий, таких как: «Balboa» (Испания, 70 тонн), «Hylsa Planos» (Мексика, 135 тонн), «ABC Danarc Plus» (Италия, 90 тонн), ОАО «Курганмашзавод» (Россия, две печи по 6 тонн), ОАО «Курганмашзавод» (Россия, две печи по 6 тонн), ЗАО ОАО «Арселор Митал Кривой Рог» (Украина, от 0,5 до 6 тонн), ОАО Запорожский алюминиевый комбинат» (Украина, 12 тонн), ОАО «Завод Днепропрес» (Украина, 6 тонн) [2]. По сравнению с дуговыми печами переменного тока эти печи потребляют меньше электроэнергии на 10-15 %, огнеупорных материалов на 20-30 %, электродов в 2-5 раз, исходного сырья на 1,5-2,0 %, легирующих добавок на 20-60 % на производство единицы готовой продукции. Немаловажным достоинством таких печей является экологическая безопасность, т.к. при их эксплуатации образование пыли сокращается в 8-10 раз (от 52,5 до 6,3 кг/ч), уровень шума понижается с 105 до 85 дБ [3]. Практика показала, что дуговые печи постоянного тока обладают более высоким КПД, низким процентом угара металла, меньшим износом деталей печи, и более высоким качеством приготовляемой стали. В таких печах возможно использование электрохимических реакций для очистки от примесей и контроль качества стали путем забора проб в процессе выплавки металла [2-5].

Конструктивной особенностью ДСППТ является наличие подового электрода, который вмонтирован в днище подины и является анодом. Являясь одним из основных элементов печи, подовый электрод служит для бесперебойного подвода тока к переплавляемому металлу. Функциональные особенности подового электрода определяют высокие требования к качеству материала электрода: высокую стойкость к тепловым, токовым и механическим нагрузкам, отсутствие его взаимодействия с материалом подины. Эксплуатация таких печей показала повышенный износ футеровки в окрестности подового электрода. В среднем подовый электрод служит в 10 раз меньше чем все основные элементы печи, и выходит из строя через 300 - 400 плавов. Это приводит к длительному простоя печи, дорогостоящей и технически сложной замене подины и самого подового электрода. По мнению исследователей [2], причинами повышенного износа подового электрода и футеровки вблизи электрода являются:

- размывание футеровки движением расплава металла;
- перегрев расплава;
- джоулево тепло, выделяющееся от протекающего по электроду тока;
- физико-химическое взаимодействие расплава с материалом электрода;
- микродуги между электродом и переплавляемым металлом;
- наличие интенсивных потоков расплавленного металла, вызываемых действием электромагнитных сил.

Предполагается, что основной причиной повышенного износа подового электрода и футеровки является размывание футеровки электровихревыми течениями (ЭВТ), которые возникают в проводящей жидкости под действием магнитного поля, создаваемого протекающим по жидкости током [2, 6, 7]. Они возникают не только под действием внешнего магнитного поля, но и под действием индуцированного магнитного поля, которое создается током, непосредственно протекающим по самой жидкости при его пространственной неоднородности, как это и происходит в электросталеплавильных печах с подовым электродом.

С другой стороны интенсификация ЭВТ позволяет осуществлять перемешивание расплава тем самым, уменьшая время химических реакций и улучшая однородность состава по объему. Эти противоречивые требования ставят перед разработчиками сложную задачу изучения и управления электровихревыми потоками. Отсутствие теории электросталеплавильных печей в период приготовления металла является основным сдерживающим фактором распространения этих печей.

Для численного моделирования процессов в ДСППТ сейчас широко используются специализированные пакеты программ и пакеты мультифизики [8-14]. Большие трудности в использовании пакетов прикладных программ возникают с выбором метода решения и настроек, а также при выборе рас-

четной области и размерности модели. На некоторых режимах работы процессы, протекающие в ДСППТ, носят пространственный характер, моделирование которых в трехмерной постановке требует значительных мощностей расчетной техники. Однако значительную часть времени работы процессы в ДСППТ близки к установившимся и могут быть смоделированы в стационарной осесимметричной постановке. В осесимметричной постановке удастся наиболее рационально выполнить конечноэлементное разбиение расчетной области с учетом градиентов расчетных величин.

В настоящей работе исследуется электровихревое движение расплава в осесимметричной ДСППТ и его влияние на повышенный износ футеровки без учета термогравитационной конвекции. Получено поле объемных электромагнитных сил Лоренца, ротора этих сил, а также гидродинамическая картина движения расплава под действием электромагнитных сил. Детально исследованы гидродинамические поля в непосредственной близости подового электрода. Практическое применение результатов работы позволит оптимизировать работу печи и сократить расходы на выплавку металла.

**Физическая и математическая постановка задачи.** В работе ДСППТ можно выделить несколько основных периодов: нагрев и плавление шихты, жидкий период, во время которого приготавливается сталь, и слив жидкого металла. Время жидкого периода колеблется от 15 до 60 % от общего времени плавки, в зависимости, от марки приготавливаемой стали и исходного сырья [4, 5]. В жидкий период плавки металл полностью расплавлен и находится при температуре около 1550-1600 °С.

Оценим процессы в ДСППТ в жидкий период по критериям подобия [7, 15]. Тепло, производимое электрической дугой, мало и только компенсирует потери тепла через защитный слой футеровки. Относительная мощность джоулеа тепла невелика и составляет около

$$Q = \frac{j_0^2 L}{\sigma \rho c u_0 \Delta T} \approx 10^{-3} < 1$$

по сравнению с тепловой мощностью электрической дуги. Тепловое число Пекле, характеризующее относительную роль конвективного переноса тепла в сравнении с его переносом за счет молекулярной теплопроводности  $Pe = u_0 L / \chi \approx 10^{-5} < 1$ . Число Грасгофа, характеризующее отношение архимедовой силы в неоднородном поле температур к силам вязкого трения, составляет

$$Gr = \beta \Delta T g L / u_0^2 \approx 10^{-2} \cdot \Delta T \approx 10^{-2} \cdot 1850 \approx 18.5 > 1.$$

Эти оценки позволяют на данном этапе рассматривать процессы в расплаве без учета конвекции и теплопереноса.

Для построения физической модели процесса сделаем следующие допущения:

- среда считается немагнитной ( $\mu = 1$ , для железа *точка Кюри* равна 760 °C);
- среда является хорошим проводником и ее диэлектрической проницаемостью можно пренебречь ( $\varepsilon = 1$ );
- конвективным током, вызванным движением среды, по сравнению с током проводимости, можно пренебречь;
- физические характеристики среды предполагаются однородными и изотропными;
- расплав считается несжимаемой жидкостью с одинаковой по объему температурой, тепловая конвекция не учитывается;
- химические реакции не учитываются.

Протекающие в ДСППТ процессы при выплавке металла нестационарные. Однако они протекают достаточно медленно и с хорошей точностью могут описываться в стационарной постановке с учетом электромагнитной силы Лоренца  $\vec{j} \times \vec{B}$ . По предварительным оценкам число Рейнольдса составляет величину порядка  $10^6$ , что дает основания рассматривать движение расплава как турбулентное. Поэтому для замыкания уравнений движения использовалась  $k - \varepsilon$  модель турбулентности.

Для стационарных процессов система уравнений магнитной гидродинамики, описывающих турбулентное движение изотермического расплава металла в печи, имеет вид:

- уравнение Навье – Стокса:

$$\rho(\vec{u} \cdot \nabla)\vec{u} = \nabla \cdot \left[ -p\vec{I} + (\eta + \eta_T)(\nabla\vec{u} + (\nabla\vec{u})^T) \right] + \rho\vec{g} + \vec{j} \times \vec{B}; \quad (1)$$

- уравнение неразрывности

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0; \quad (2)$$

- уравнения  $k - \varepsilon$  модели турбулентности

$$\rho\vec{u} \cdot \nabla k = \nabla \cdot \left[ \left( \eta + \frac{\eta_T}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] + \eta_T P(\vec{u}) - \rho\varepsilon; \quad (3)$$

$$\rho\vec{u} \cdot \nabla \varepsilon = \nabla \cdot \left[ \left( \eta + \frac{\eta_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right] + \frac{C_{\varepsilon 1} \varepsilon \eta_T P(\vec{u})}{k} - \frac{C_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon^2}{k}; \quad (4)$$

где

$$P(\vec{u}) = \frac{\nabla\vec{u} \cdot \nabla\vec{u}}{\nabla\vec{u} + \nabla\vec{u}^T}, \quad \eta_T = \frac{\rho C_\mu k^2}{\varepsilon}; \quad (5)$$

- уравнения Максвелла

$$\nabla \times \vec{E} = 0; \quad \nabla \cdot \vec{D} = \rho_e; \quad (7)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0; \quad \nabla \times \vec{H} = \vec{j}; \quad (8)$$

- закон Ома для движущейся среды

$$\vec{j} = \sigma (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}); \quad (9)$$

- закон сохранения заряда

$$\nabla \cdot \vec{j} = 0; \quad (10)$$

где  $\vec{v}$ ,  $\rho$  и  $p$  – скорость, плотность и давление жидкости;  $\vec{g}$  – ускорение свободного падения;  $\vec{j}$  – плотность тока;  $\vec{B}$  – индукция магнитного поля;  $\nu$  – коэффициент кинематической вязкости среды;  $C_{\varepsilon 1}$ ,  $C_{\varepsilon 2}$ ,  $C_\mu$  – константы модели турбулентности;  $k$ ,  $\varepsilon$  – параметры модели турбулентности;  $\eta$  – вязкость;  $\eta_T$  – турбулентная вязкость;  $\sigma$  – удельная проводимость среды;  $\vec{E}$  – напряженность электрического поля.

В уравнении (1) учтены следующие силы:

давления  $-\nabla \cdot p$ , вязкого трения  $\nabla \cdot (\eta + \eta_T)(\nabla \vec{u} + (\nabla \vec{u})^T)$ , тяжести  $\rho \vec{g}$ , электромагнитная сила Лоренца  $\vec{j} \times \vec{B}$ .

Задача решалась при следующих граничных условиях:

- условия прилипания на границе расплава

$$\vec{v} = 0; \quad (11)$$

- для электрического поля

$$E_{\tau_1} = E_{\tau_2}, \quad D_{n_1} = D_{n_2}; \quad (12)$$

- для магнитного поля

$$B_{n_1} = B_{n_2}, \quad B_{\tau_1} = B_{\tau_2}; \quad (13)$$

- для плотности тока на поверхности футеровки

$$j_n = 0; \quad (14)$$

- на торцах электродов

$$j_n = j_0 = I/S. \quad (15)$$

Условие прилипания (11) использовалось как на границе соприкосновения расплава с футеровкой, так и со шлаком на верхней поверхности расплава. Такое приближение справедливо, т.к. вязкость шлака на поверхности расплава значительно выше вязкости расплава.

На границах расчетной области использовались условия магнитной и электрической изоляции (электрическое и магнитное поле не распространяется за пределы расчетной области) или неотражающие граничные условия (электрическое и магнитное поле не отражается от искусственных границ расчетной области), которые были опробованы в работах [20-23]. Результаты расчетов модельных задач для этих граничных условий при реальных размерах расчетной области хорошо совпадают, что указывает на отсутствие влияния граничных условий на искусственных границах расчетной области на электромагнитные параметры в центральной зоне.

**Стратегия решения с использованием сопряженного анализа.** Рассматриваемая задача не имеет аналитического решения и поэтому решается численно. По результатам предварительного анализа численных методов решения был выбран метод конечных элементов [16] и система ANSYS [17]. Задача относится к классу мультифизических, и стратегия решения такой задачи состоит из следующих этапов:

**1-й этап** – моделирование электромагнитных полей;

**2-й этап** – моделирование электровихревых течений.

Такая последовательность в решении задачи обусловлена особенностями решения задач мультифизики в рамках системы ANSYS. Результатом моделирования электромагнитных полей являются значения электромагнитной силы и других электромагнитных параметров, полученные для каждой узловой точки по объему расплава. Кроме того, результатом решения 1-го этапа является определение количества джоулева тепла в каждой узловой точке. Задавая распределения электромагнитной силы в виде начальной нагрузки, на 2-м этапе можно рассчитать скорость движения расплава, вызванного электромагнитным воздействием. Далее необходима проверка влияния движения расплава на распределение электромагнитных параметров по объему. Учитывая все эти факторы и повторяя эту последовательность до получения сходимости результатов, получаем реальное поле скоростей по объему расплава.

**Моделирование электровихревых движений в осесимметричной печи.** Рассмотрим электромагнитные и гидродинамические процессы в модели осесимметричной печи постоянного тока, схема и размеры расчетной области которой приведены на рис. 1.

Для моделирования за основу взяты данные, соответствующие параметрам реальной промышленной печи разработки фирмы Danieli [18]: сила тока  $I = 80 \text{ кА}$ , проводимость металла  $\sigma_1 = 0,9 \cdot 10^6 (\text{Ом} \cdot \text{м})^{-1}$ , проводимость электронов  $\sigma_2 = 0,2 \cdot 10^6 (\text{Ом} \cdot \text{м})^{-1}$ , относительная магнитная проницаемость металла и окружающей среды  $\mu = 1$ , относительная диэлектрическая проницаемость среды  $\varepsilon = 1$ . Гидродинамические параметры для температуры расплава были взяты из [19], константы  $k - \varepsilon$  модели турбулентности (3-5) из работы [1].

В силу осевой симметрии задачи расчетная область составляла половину реальной области. Расчеты проводились с использованием различных видов анализа на различных сетках. Выявлено существенное влияние на результаты расчетов размеров расчетной сетки и формы конечных элементов. По предварительному анализу было определено оптимальное разбиение на конечные элементы и их форма. Расчетная область разбивалась на элементы неравномерно: в области подового электрода, где большие градиенты электромагнитных параметров, элементы располагались густо и имели небольшие размеры, порядка 0,01 от радиуса электрода. По мере удаления от подового электрода,

в связи с уменьшением градиентов параметров, размеры элементов увеличивались пропорционально расстоянию до оси симметрии, увеличиваясь в десять раз на периферии.

Задача решалась при следующих граничных условиях для границ, обозначенных на рис. 1:

для границ  $B_1, B_5, B_6, B_9$  плотность тока (15);

для границ  $B_8, B_7$  изоляция электрического тока (14);

для границ  $B_6, B_7, B_8, B_9$  условия непрерывности электрического (12) и магнитного поля (13).

Гидродинамические процессы рассматривались только для области расплавленного металла и на границах чаши печи  $B_6, B_7, B_8, B_9$  задавалось условие прилипания (11).

На всех этапах решения задача на оси симметрии задавалось условие осевой симметрии.

Исследовано влияние граничных условий для электромагнитного поля на искусственных границах расчетной области  $B_2, B_3, B_4$  на параметры в центральной зоне. В расчетах использовались условия магнитной изоляции, которые являются стандартными для электромагнитного анализа, и неотражающие граничные условия. На модельных задачах выяснено незначительное влияние разных граничных условий на параметры в центральной зоне. Результаты расчетов с условиями магнитной изоляции и неотражающими условиями различаются в пределах погрешностей расчета на 0,7 %. В дальнейшем расчеты проводились с неотражающими граничными условиями и за расчетную область была выбрана граница расплава металла, защитный слой футеровки, верхний и нижний электроды [20-23].

На рис. 2 приведено векторное и контурное поле силы Лоренца около подового электрода (анода). Здесь: 1 – огнеупорная футеровка, 2 – жидкий металл, 3 – электрод. Величина силы Лоренца по объему расплава изменялась от 0,01 Н до 39,3 кН и в среднем в центральной зоне составляла около 30% от объемной силы тяжести. Результаты расчетов подтверждают факт, что сила Лоренца в печах с подовым электродом является определяющей при возникновении электровихревого течения.

На рис. 3 приведено контурное поле ротора силы Лоренца в окрестности подового электрода. Из графиков видно, что ротор силы Лоренца достигает максимальных значений в области подового электрода, что подтверждает теоретическое предположение о вихревом характере движения расплава, вызванного этой силой.

На следующем этапе, согласно стратегии решения задачи, были смоделированы гидродинамические процессы в расплаве металла в осесимметричной постановке [24, 25]. На рис. 4 приведены гидродинамические поля модуля скорости, вектора скорости и линии тока расплава. Как видно из графиков в расплаве возникает интенсивное вихревое движение. Вихрь образуется в

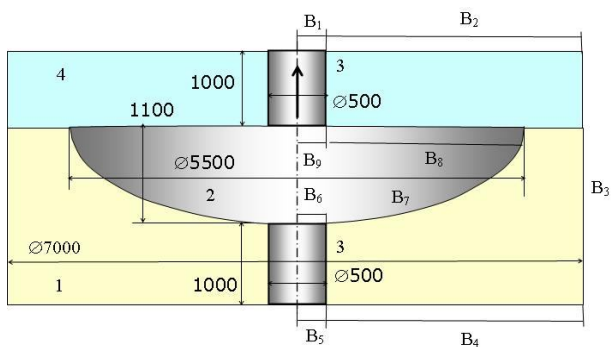


Рисунок 1

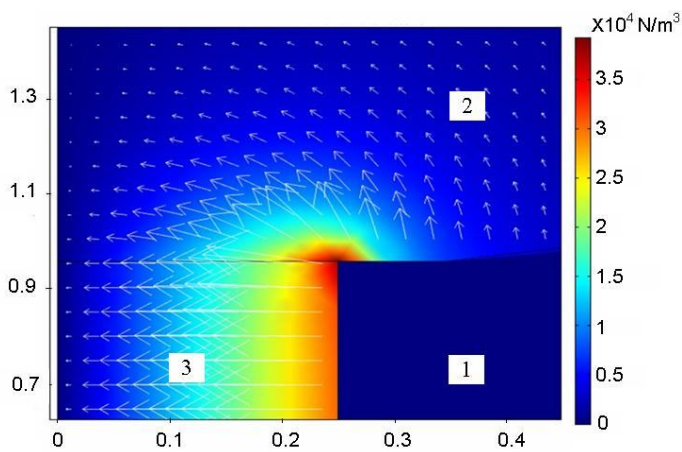


Рисунок 2

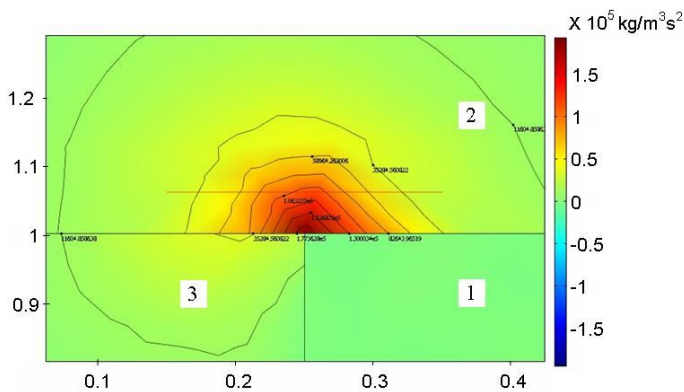


Рисунок 3



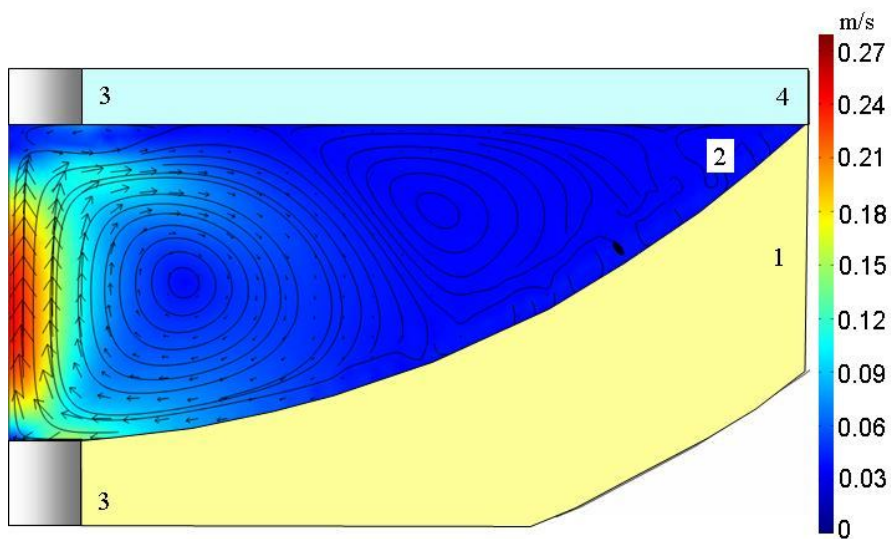


Рисунок 4

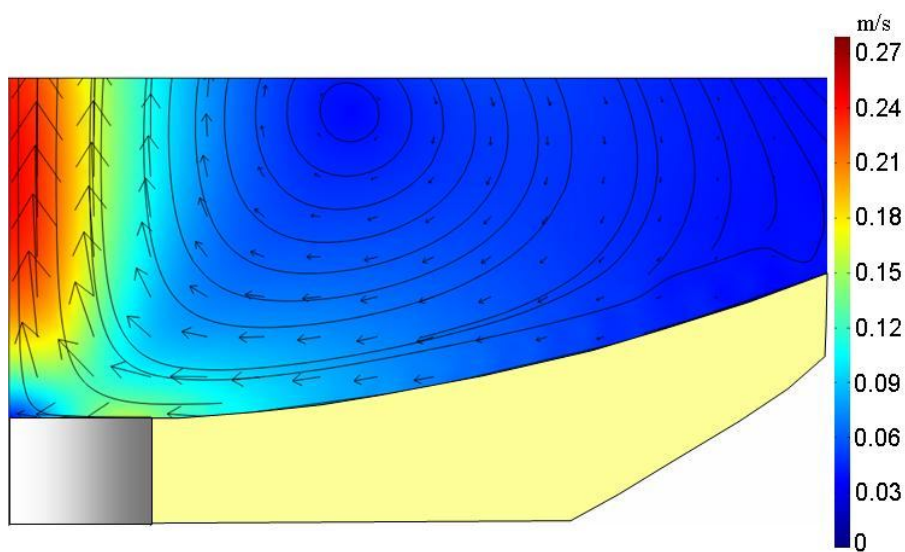


Рисунок 5

области подового электрода, как показано на рис. 4, и там имеет максимальную скорость. Поток расплава на оси симметрии восходящий и, достигая верхней границы объема расплава, устремляется вниз. Максимальная скорость вихревого движения наблюдается на оси электродов и достигает 0,3 м/с. Скорость расплава у торца анода возле футеровки около 0,1 м/с.

Для верификации полученных результатов аналогичные расчеты были проведены в системе COMSOL. Сравнение результатов полученных в COMSOL и ANSYS показало незначительное отклонение, которое составило порядка 5%. Хорошее совпадение расчетов разными методами и пакетами говорит о надежности моделей, методов и достоверности полученных результатов.

Для подтверждения предположения об определяющем влиянии электро-вихревого движения на повышенный износ футеровки более подробно рассмотрены процессы в непосредственной близости подового электрода. На рис. 5 приведены гидродинамические поля модуля скорости, вектора скорости и линии тока расплава в непосредственной близости подового электрода. Из графика видно многократное возрастание скорости движения расплава под действием сил Лоренца.

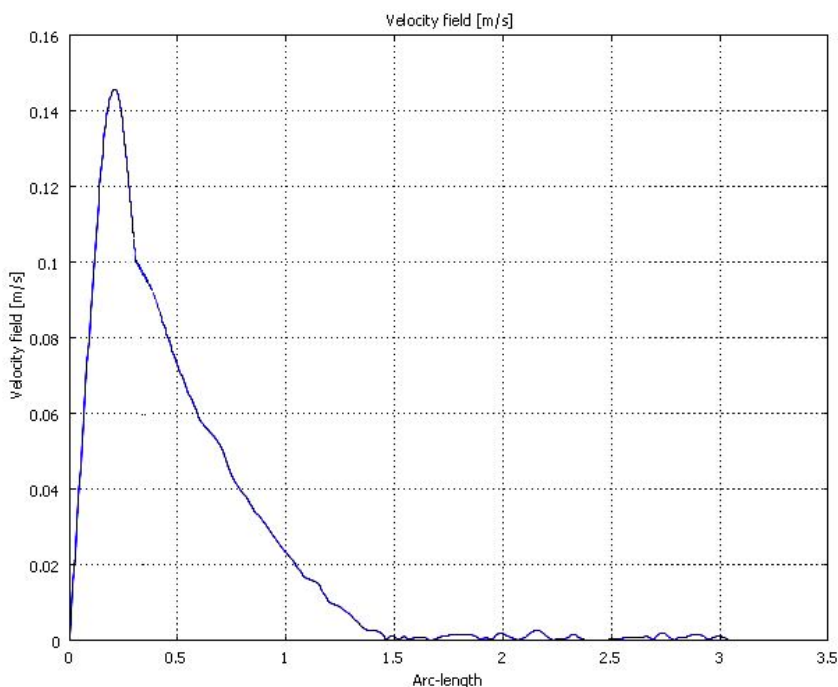


Рисунок 6

На рис. 6 приведен график зависимости касательной составляющей скорости на границе вязкого подслоя вдоль поверхности футеровки вблизи подового электрода. Из графика видно существенное увеличение касательной составляющей скорости расплава в области подового электрода и футеровки на расстоянии порядка радиуса электрода. Повышенные значения скорости движения расплава соответствуют большим значениям силы вязкого трения на поверхности, вдоль которой движется расплав. Приведенные результаты расчетов, в которых отмечена максимальная интенсивность течения вблизи подового электрода, подтверждают предположение об определяющем действии движения расплавленного металла на повышенный износ футеровки.

На рис. 7 приведен график зависимости силы вязкого трения, действующей на единицу поверхности футеровки вблизи подового электрода, которая определялась в формуле:

$$\left[ \eta \left( \nabla \vec{u} + (\nabla \vec{u})^T \right) \right] \cdot \vec{n}.$$

Из графика видно многократное возрастание силы вязкого трения в области подового электрода и футеровки в непосредственной близости от электрода (на расстоянии порядка радиуса электрода).

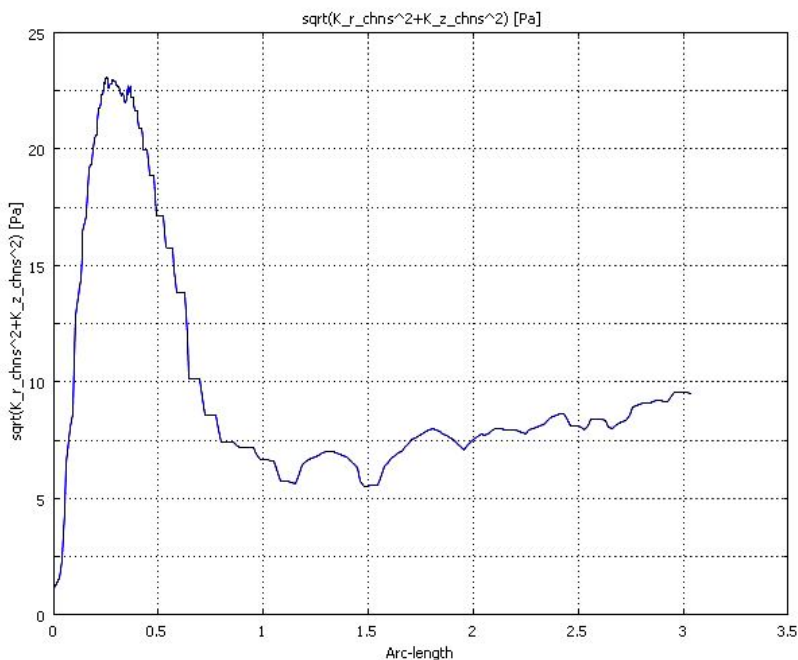


Рисунок 7

Анализируя результаты расчетов, и сравнивая их с экспериментальными данными по износу футеровки, которые приведены на рис. 8 [2] (слева новый подовый электрод, а справа электрод после 400 плавов), можно сделать вывод, что электровихревое течение расплава существенно влияет на износ футеровки в окрестности подового электрода.

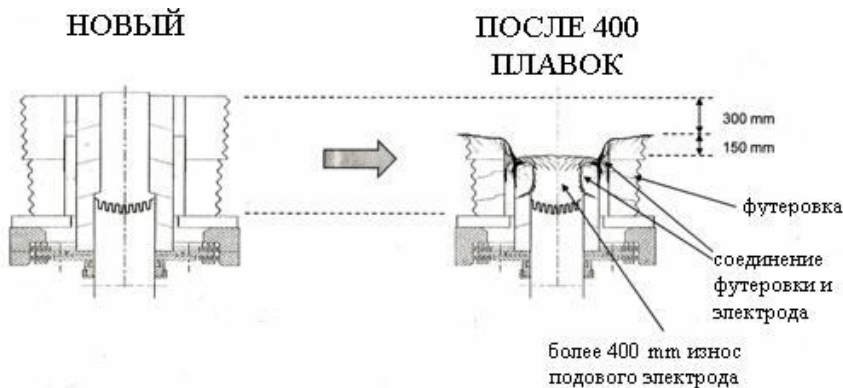


Рисунок 8

**Выводы.** Для описания процессов в электросталеплавильной печи постоянного тока с подовым электродом использована модель магнитной гидродинамики, учитывающая пространственное распределение электрического тока, электрического и магнитного полей и силы Лоренца. Разработана стратегия решения поставленной сопряженной задачи при помощи пакета ANSYS. В осесимметричной постановке решена задача, на которой отработаны методы расчета электромагнитных и гидродинамических полей, оценено влияние искусственных граничных условий на границах расчетной области на параметры в центральной зоне. Определен оптимальный тип конечных элементов, размеры сетки и вид анализа.

Показано, что пространственное распределение тока в расплаве металла приводит к возникновению вихревого поля силы Лоренца, которая вызывает электровихревое движение расплава. Установлено, что сила Лоренца составляет около 30 % от объемной силы тяжести и играет определяющую роль в возникновении вихревого движения расплава, максимальная скоростью которого достигает 0,3 м/с.

Результаты расчетов в ANSYS сравнивались с экспериментальными данными и расчетами в COMSOL. Хорошее совпадение расчетов разными методами и пакетами говорит о надежности методов и достоверности результатов.

**Список литературы:** 1. Wang F. Numerical study of dc arc plasma and molten bath in dc electric arc furnace / F. Wang, Z. Jin, Z. Zhu // Ironmaking and Steelmaking. – 2006, Vol 33, No 1. – P. 39-44.

2. *Зайцев В.А.* Подовые электроды дуговых печей постоянного тока / В.А. Зайцев, Л.Б. Медовар // СЭМ. – 2009, №2. – С. 3-8. 3. *Nekhamin S.M.* DC arc melting furnaces / S.M. Nekhamin, A.G. Lunin, M.M. Krutyanskii, and A.K. Filippov // Refractories and Industrial Ceramics. – 2005, Vol. 46, No. 1. – P. 37-39. 4. *Малиновский В.С.* Техничко-экономические результаты промышленного освоения дуговых печей постоянного тока нового поколения / В.С. Малиновский, И.Б. Власова, В.Д. Малиновский // Черная металлургия: Бюл. НТИ. – 2010, №2. – С. 26-40. 5. *Малиновский В.С.* Дуговые печи постоянного тока нового поколения (ДПШТНП) в сталеплавильном производстве / В.С. Малиновский // Труды 6-го конгресса сталеплавыльщиков. 2001. – С. 213-220. 6. *Ячиков И.М.* Моделирование электровихревых течений в ванне дуговой печи постоянного тока / И.М. Ячиков, О.И. Карандаева, Т.П. Ларина – Монография. Магнитогорск, ГОУ ВПО «МГТУ», 2008. – 234 с. 7. *Бояревич В.В.* Электровихревые течения / В.В. Бояревич, Я.Ж. Фрейберг, Е.И. Шилова и др. – Рига: Зинатге, 1985. – 315 с. 8. *Ushio M.* Mathematical modelling of flow field and heat transfer in high-current arc discharge / M. Ushio, J. Szekeley, and C.W. Chang // Ironmaking and Steelmaking. – 1981, No. 6. – P. 279-286. 9. *Szekeley, J.* Heat-transfer fluid flow and bath circulation in electric arc furnaces and dc plasma furnaces / J. Szekeley, J. McKelliget and M. Choudhary // Ironmaking and Steelmaking. – 1983, Vol. 10, No.4. – P. 169-179. 10. *Henning B.* DC furnace containment vessel design using computational fluid dynamics / B. Henning, M. Shapiro and L.A. le Grange // Proceedings: Tenth International Ferroalloys Congress; INFACON X: 'Transformation through Technology' – 1 – 4 February 2004 Cape Town, South Africa. – P. 565-574. 11. *Alexis J.* Modeling of heat transfer from an electric arc – a simulation of heating – Part I / J. Alexis, M. Ramirez, G. Trapaga and P. Jonsson // Electric Furnace Conference Proceedings. –1999. – P. 279-287. 12. *Alexis J.* Modeling of a DC Electric Arc Furnace – Heat Transfer from the Arc / J. Alexis, M. Ramirez, G. Trapaga, and P. Jonsson // ISIJ International. – 2000, Vol. 40, No. 11. – P. 1089-1097. 13. *Ramirez M.* Effects of the Arc, Slag and Bottom bubbling of argon on the fluid flow and heat transfer of a DC EAF Bath – Part II / M. Ramirez, G. Trapaga, J. Alexis, and P. Jonsson // Electric Furnace Conference Proceedings. – 1999. – P. 751-761. 14. *Ramirez M. J.* Fluid flow and heat transfer in steel or steel/slag baths of a DC electric arc furnace under the influence of the arc and gas injection / M. Ramirez, G. Trapaga, and McKelliget // Paper presented at the Brimacombe Memorial Symposium. – 4 October 2000. Vancouver, British Columbia, Canada. – P. 14-18. 15. *Повх И.Л.* Магнитная гидродинамика в металлургии / И.Л. Повх, А.Б. Капустра, Б.В. Чекин – М.: Металлургия, 1974. – 240 с. 16. *Trif D.* Basics of fluid mechanics and introduction to computational fluid dynamics / D. Trif, T. Petrila. – Boston: Springer Science Business Media Inc, 2005. – 438 p. 17. ANSYS Advanced analysis techniques guide ANSYS Release 10.0. – U.S.A. Canonsburg, august 2005. – 340 P. 18. <http://www.danieli.com>. 19. Таблицы физических величин. Справочник. // Под ред. И.К. Кикоина. – М.: Атомиздат, 1976. – 1008 с. 20. *Казак О.В.* Электровихревые поля в сталеплавильных печах постоянного тока с подовым электродом / О.В. Казак, А.Н. Семко // Вісник донецького національного університету, Сер. А: Природничі науки, 2010, вип. 1. – С. 118-125. 21. *Казак О.В.* Моделирование электровихревых полей в металлургических печах / О.В. Казак, А.Н. Семко // Математичне моделювання. – 2009, №2(21). – С. 48-53. 22. *Казак О.В.* Вихревое движение расплава в сталеплавильных печах / О.В. Казак, А.Н. Семко // Международная научная конференция «Физика конденсированного состояния» (ФКС-XVII). Гродно, Беларусь – 21-23 апреля 2010. – С. 39 – 42. 23. *Kazak O.* Modelling Vortex Fields in Metal Smelting Furnaces / O. Kazak, O. Semko // The International Journal of Multiphysics. Volume 4, Number 4, 2010 – P. 351-358. 24. *Казак О.В.* Электровихревые течения в осесимметричных сталеплавильных печах постоянного тока с подовым электродом / О.В. Казак, А.Н. Семко // Вісник донецького національного університету, Сер. А: Природничі науки, 2010, вип. 2. – С. 116-122. 25. *Казак О.В.* Электровихревое движение расплава в печах постоянного тока с подовым электродом / О.В. Казак, А.Н. Семко // Инженерно-физический журнал. 2011, Том 84 №1. – С. 209-217.

*Надійшла до редакції 28.03.2011*